同济大学土木工程防灾国家重点实验室、桥梁工程系

高 等 结 构 动 力 学

——之第九讲

结构动力可靠性分析

主讲教师：葛耀君 教授、博士

1.动力可靠性基础

1.1动力可靠性

- 结构可靠性

在规定的时间内，在规定的条件下，

完成预定功能的可能性.

规定时间——设计基准期

规定条件——正常设计、施工、使用

- 结构动力可靠性

在动力随机荷载作用下，在规定的时间内，

在规定的条件下，完成预定功能的可能性.

评价方式：

- 概率性评价——Probabilistic Assessment
- 可靠性分析——Reliability Analysis

1.1动力可靠性 (续)

- 涉及问题

(1)体系参数统计识别

(2)荷载统计分析

(3)动力响应概率分析

(4)失效机理和模式

(5)失效概率计算

- 基本步骤

(1)安全指标(强度、刚度、稳定性)统计特性

(2)荷载作用统计分析

(3)动力响应概率分析

(4)条件破坏概率计算

1.动力可靠性基础 (续)

1.2动力失效机理

- 首次超越失效(First-Passage or First-Excursion)

定义：结构响应随机过程极值首次超越规定限值

响应：应力、应变、位移、延伸率等

限值：确定性界限、随机性界限

取值：单侧界限 $P_s(b) = P\{x(t) \le b, 0 < t \le T\}$

双侧界限 $P_s(b_1, b_2) = P\{-b_2 \le x(t) \le b_1, 0 < t \le T\}$

条件：响应足够大

1.2 动力失效机理(续)

- 疲劳失效(Fatigue Failure)

定义：结构应力随机过程多次重复作用后达到规定的限值

响应：应力或能量

模型：累积损伤模式(例如Miner线性累积损伤)

裂纹 扩张模式—形成、扩张和断裂

条件：结构变形或应力响应较小

- 变形/能量双重失效

条件：结构响应介于两者之间

2. 3σ可靠性设计

2.1 确定性限值

➢基本假定

(1)响应$S(t)$为零均值平稳高斯过程

(2)$S(t)<R$的概率为1

➢3σ原则

限值：$R\geq 3\sigma_s$ （$S(t)$的均方差）

➢概率性评价

失效概率：$P_f\{|S(t)|>3\sigma_s\}=0.0026$

可靠概率：$P_s\{|S(t)|\leq 3\sigma_s\}=0.9974$

2. 3σ可靠性设计 (续)

2.2 确定性限值推广

- 非零均值推广

$$E[S(t)] = \bar{S}$$

$$R \geq \bar{S} + 3\sigma_s$$

$$P_f\{|S(t) - \bar{S}| > 3\sigma_s\} = 0.0026$$

$$P_s\{|S(t) - \bar{S}| > 3\sigma_s\} = 0.9974$$

2.2确定性限值推广(续)

- 非高斯过程推广

已知 :响应分布函数$F(x,t)$和密度函数$f(x,t)$

响应均值μ_x和方差σ_x

当量高斯过程的分布函 数$F^{'}(x,t)$和密度函数$f^{'}(x,t)$

响应均值$\mu_x^{'}$和$\sigma_x^{'}$

$$F^{'}(x,t)=F(x,t)=\Phi\left(\frac{\overline{x}_i-\mu_x^{'}}{\sigma_x^{'}}\right), \quad f^{'}(x,t)=f(x,t)=\frac{1}{\sigma_x^{'}}\varphi\left(\frac{\overline{x}_i-\mu_x^{'}}{\sigma_x^{'}}\right)$$

$$\mu_x^{'}=\overline{x}_i-\Phi^{-1}[F(x,t)]\sigma_x^{'} \quad , \qquad \sigma_x^{'}=\frac{\varphi\left(\frac{\overline{x}_i-\mu_x^{'}}{\sigma_x^{'}}\right)}{f(x,t)}=\frac{\varphi\{\Phi^{-1}[F(x,t)]\}}{f(x,t)}$$

$$R\geq\mu_x^{'}+3\sigma_x^{'}$$

$$P_f\left\{\left|S(t)-\mu_x^{'}\right|>3\sigma_x^{'}\right\}=0.0026,\ P_s\left\{\left|S(t)-\mu_x^{'}\right|\leq 3\sigma_x^{'}\right\}=0.9974$$

2. 3σ可靠性设计 (续)

2.3 非确定性限值

- 主要问题：R是非确定性的

  确定过程中通常取很高的保证率

- 基本假定

  (1)非零均值平稳高斯过程

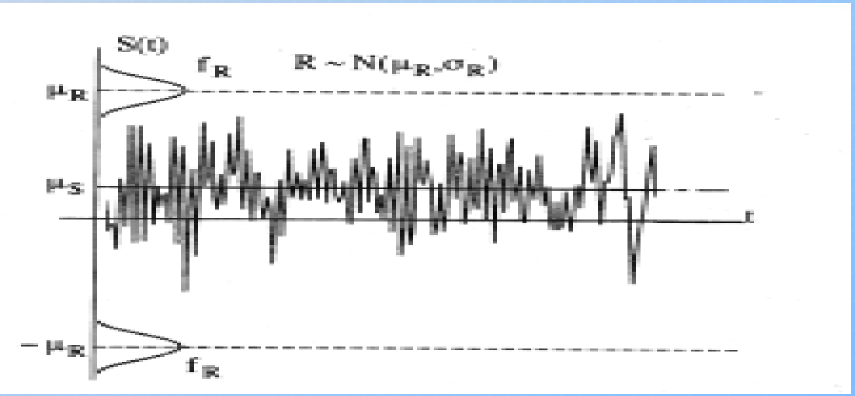
  (2)非确定性限值R服从高斯分布

- 3σ原则

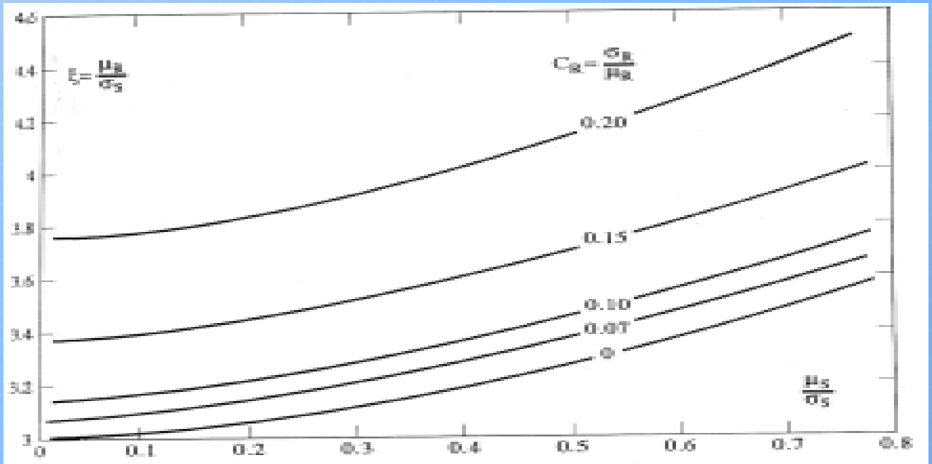
$$\mu_R \geq \xi\left(\frac{\mu_s}{\sigma_s}, \frac{\sigma_R}{\mu_R}\right)\sigma_s \qquad P_f = 0.0026$$

2.3 非确定性限值(续)

非零均值随机过程



广义3σ原则控制



3. 首次超越失效概率

3.1基于超越时间的可靠性理论

- 基本假定

  将随机振动响应$x(t)$首次超越失效界限b_1和$-b_2$的概率P_f等价于首次超越失效界限的时间T_f的概率分布函数F_{tf}

- 宽带独立事件—Poisson过程解

$$P_f(b,-b)=\exp\left\{-\frac{1}{\pi}\int_0^T\frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x}\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_x^2}\right)dt\right\}$$

- 窄带马尔可夫事件—Markov过程解

$$P_f(b,-b)=\exp\left[-\int_0^T\alpha(t)dt\right]$$

$$\alpha(t)=\frac{\sigma_{\dot{x}}}{\pi\sigma_x}\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_x^2}\right)\times\frac{1-\exp\left(-\sqrt{\frac{\pi}{2}}q\frac{b}{\sigma_x}\right)}{1-\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_x^2}\right)}$$

3. 首次超越失效概率(续)

3.2基于超越极值的可靠性理论

- 基本假定

将随机振动响应$x(t)$首次超越失效界限b_1和$-b_2$的概率P_f等价于按极值分布的响应极值首次超越失效界限的概率

- 极值分布下限——Rayleigh分布

$$P_f(b,-b)=\frac{b}{\sigma_x^2}\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_x^2}\right)$$

- 极值分布上限——Gauss分布

$$P_f(b,-b)=\frac{b}{\sqrt{2\pi}\sigma_x}\exp\left(-\frac{b^2}{2\sigma_x^2}\right)$$

4. 疲劳失效问题

4.1疲劳物理过程

- 定义：疲劳是由应力连续变化引起的材料强度减少的趋势
- 因素：应力峰值+循环次数

无缺陷疲劳：$\sigma > 0.5R_b$，$N > 10^5$

有缺陷疲劳：σ很小，$N < 10^5$

- 难点

(1)疲劳机理不清、试验结果离散

(2)试验条件与实际结构差异很大

(3)设计基准期内的力学模拟困难

(4)疲劳敏感点的复杂应力状态

4. 疲劳失效问题(续)

4.2 疲劳强度模型

- 疲劳应力模型(Stress-Based Approach)

  假定：材料线弹性，疲劳由应力集中点的屈服引起

  特点：循环次数$N > 10^5$(高周循环)

- 疲劳应变模型(Strain-Based Approach)

  假定：局部应变屈服，疲劳由应变转化成裂缝

  特点：循环次数$N < 10^5$(低周循环)

- 断裂力学模型(Fracture Mechanics Approach)

  假定：裂缝或缺陷已存在，疲劳由裂缝或缺陷加剧引起

  特点：裂缝发展速度衡量疲劳

4. 疲劳失效问题(续)

4.3 Miner 线性累积损伤

- 常量应力幅值

$$NS^b = C \quad (b, C\text{大于}0\text{的常数})$$

- 变化应力幅值

$$D = \sum D_i = \sum \frac{N_i}{N} = C^{-1} \sum N_i S^b$$

- 随机应力幅值

$$m_D(t) = E[D(t)] = C^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} S^b dS \int_0^{\infty} m f_s(S, t | m) f_m(m, t) dm$$

$f_s(S, t|m)$ — 峰值总数为 m 时的条件概率密度函数

$f_m(m, t)$ — 单位时间内峰值总数 m 的概率密度函数

4.3 Miner 线性累积损伤(续)

- 简化基本假定：峰值总数与应力幅值相互独立

$$\int_0^{\infty} m f_s(S,t|m) f_m(m,t) dm = E[m(t)] f_s(S,t)$$

$$m_D(t) = C^{-1} E[m(t)] \int_{-\infty}^{\infty} S^b f_S(S,t) dS$$

- 累积损伤期望值

$$E[D_T(t)] = \int_0^T E[D(t)] dt ===== TC^{-1} E[m] \int_{-\infty}^{\infty} S^b f_S(S) dS$$

关键是峰值概率密度$f_s(s)$及峰值总数期望值$E[m]$

4. 疲劳失效问题(续)

4.4疲劳可靠性分析

- 确定性问题——应力变化为确定性过程

$$D=\sum_{i=1}^{k}\frac{N_i}{N}=C^{-1}\sum_{i=1}^{k}N_i S^b$$

- 窄带过程问题

峰值概率密度 $\approx$ *Rayleigh*分布(偏于安全)

$$E[D]=C^{-1}\left[v_b^+\left(\sqrt{2}\sigma_x\right)\right]^b\Gamma\left(\frac{b+2}{2}\right)$$

$$\sigma_b^2(T)=\int_0^T\int_0^T\varphi(t_1,t_2)dt_1dt_2-\left[\int_0^T E[D(t)]dt\right]^2$$

令 $E[D_T(t)]=1$

可确定疲劳寿命：$T=\frac{1}{E[D]}$

4.4疲劳可靠性分析(续)

- 宽带过程问题

雨流计数法——将复杂应力过程简化为最大峰、谷值的周期函数

等效窄带法——将窄带过程结果乘以修正系数

- 模糊随机疲劳

结合模糊数学方法

小 结

动力可靠性分析步骤
- 安全指标统计特性
- 荷载作用统计分析
- 动力响应概率分析
- 条件破坏概率计算

动力可靠性分析方法
- 3σ可靠性设计—零均值平稳高斯过程
- 首次超越失效—基于超越时间和基于超越极值
- 疲劳失效问题
  - 疲劳应力模型
  - 疲劳应变模型
  - 断裂力学模型

下周同一时间再见!